Concursul Interjudeţean de Matematică "Cristian S. Calude"
Proba pe echipe, clasele VII-VIII
27 octombrie 2013

Soluţii

BARAJUL al III-lea

Problemă. Să se determine elementele mulţimii $\left\{\overline{xyz} / (x-y)\cdot(y-z)\cdot(z-x)=128\right\}$.

Soluţie: $(x-y)\cdot(y-z)\cdot(z-x)=128 \Leftrightarrow (x-y)\cdot(y-z)\cdot(z-x)=2^7$. Dar
$x-y\neq\pm1$ şi $y-z\neq\pm1$ şi $z-x\neq\pm1,$ pentru că dacă
$x-y=\pm1 \Rightarrow \left|(y-z)\cdot(z-x)\right|=128$(*nu convine*) deoarece y,z *sunt cifre*, iar $\max\limits_{y,z\ cifre}\left|y-z\right|=9.$

Se mai observă că $(x-y)+(y-z)+(z-x)=0.$
Atunci există următoarele cazuri;
1.

$$\begin{cases} x-y=8 \\ y-z=-4 \\ z-x=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=z+4 \\ y=z-4 \end{cases} \Rightarrow z=4 \text{ sau } z=5.$$

Atunci numerele sunt:804;915
2.

$$\begin{cases} x-y=-4 \\ y-z=8 \\ z-x=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y-4 \\ z=y-8 \end{cases} \Rightarrow y=8 \text{ sau } y=9.$$

Atunci numerele sunt:480,591;
3.

$$\begin{cases} x-y=-4 \\ y-z=-4 \\ z-x=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=x+8 \\ y=x+4 \end{cases} \Rightarrow x=1.$$

Atunci numărul este 159.

Mulţimea soluţiilor este: $\{159,591,915,480,804\}$

Răspuns: $\{159,591,915,480,804\}$